**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

|  |  |
| --- | --- |
| Наименование дисциплины: | **Теория Морса** |
| Уровень высшего образования: | Магистратура |
| Направление подготовки / специальность: | 01.04.01 Математика |
| Направленность (профиль)/специализация  ОПОП: | Современные аспекты фундаментальной математики |
| Форма обучения: | Очная |
| Язык преподавания: | Русский |
| Автор (авторы) программы: | Пенской Алексей Викторович  профессор, проректор, д.ф.-м.н. |

Рабочая программа рассмотрена и одобрена

На заседании правления ЧОУ ВО «Независимый московский университет»

Москва 2025

Рабочая программа дисциплины разработана на основе федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – магистратура по 01.04.01. Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. N 12 с изменениями и дополнениями от: 26 ноября 2020 г., 8 февраля 2021 г.

**Содержание**

1. [Место дисциплины в структуре ОПОП ВО 3](#_bookmark0)
2. [Объем дисциплины 3](#_bookmark1)
3. [Формат обучения 3](#_bookmark2)
4. [Преподаватели 3](#_bookmark3)
5. [Входные требования для освоения дисциплины 3](#_bookmark4)
6. [Результаты обучения по дисциплине 3](#_bookmark5)
7. [Содержание дисциплины 5](#_bookmark6)
8. [Ресурсное обеспечение 6](#_bookmark7)
   1. [Список основной литературы 6](#_bookmark8)
   2. [Список дополнительной литературы (при наличии) 7](#_bookmark9)
   3. [Список программного обеспечения 7](#_bookmark10)
   4. [Список баз данных и информационных справочных систем 7](#_bookmark11)
   5. [Список ресурсов сети «Интернет» 7](#_bookmark12)
   6. [Материально-техническое обеспечение 7](#_bookmark13)
9. [Фонд оценочных средств 7](#_bookmark14)
   1. [Текущий контроль успеваемости 7](#_bookmark15)
   2. [Промежуточная аттестация 7](#_bookmark16)

# Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Теория Морса» входит в часть «Дисциплины по выбору студента». Согласно учебному плану, дисциплина проводится в 3 семестре.

Изучение дисциплины опирается на знания, умения и навыки, приобретенные при освоении образовательной программы предыдущего уровня.

Язык преподавания – русский.

# Объем дисциплины

Объем дисциплины (модуля) составляет 2 з.е., в том числе

45 академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, 27 академических часов на самостоятельную работу обучающихся.

# Формат обучения

Очный с применением электронного обучения.

# Преподаватели

Дисциплину ведут преподаватели НМУ.

# Входные требования для освоения дисциплины

Математический анализ, алгебра, геометрия в объёме первого семестра первого курса НМУ, дифференциальная геометрия, дифференциальные уравнения с частными производными.

# Результаты обучения по дисциплине

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Код компетенции. Этап формирования компетенции** | **Формулировка компетенции** | **Индикаторы достижения компетенции** |
| ОПК-1  Начальный | Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики | **ОПК-1.1.** Обладает фундаментальными знаниями в области современной математики.  **ОПК-1.2.** Умеет ставить и решать задачи в области современной математики.  **ОПК-1.3.** Умеет применять полученные знания в области современной математики в своей профессиональной деятельности. |
| ОПК-2  Начальный | Способен строить и анализировать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении | **ОПК-2.1.** Понимаетфундаментальные принципы математического моделирования задач естествознания, техники, экономики и управления.  **ОПК-2.2.** Умеет анализировать и модифицировать известные математические модели в задачах естествознания, техники, экономики и управления.  **ОПК-2.3.** Умеет создавать новые математические модели задач естествознания, техники, экономики и управления. |
| ОПК-3  Начальный | Способен использовать знания в сфере математики при осуществлении педагогической деятельности | **ОПК-3.1.** Знает основные направления развития современной математики.  **ОПК-3.2.** Понимает актуальность и перспективность новых областей современной математики.  **ОПК-3.1.** Умеет применять знания основных направлений современной математики, их актуальность и перспективность при осуществлении педагогической деятельности. |

# Содержание дисциплины

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | **Наименование разделов и тем дисциплины** | **Номинальные трудозатраты обучающегося** | | | | |
| **Всего ак. ч.** | **Контактная работа (работа во взаимодействии с**  **преподавателем)**  **Виды контактной работы, ак. ч.** | | | **Самостоят. работа, ак. ч.** |
| Ауд.,  ак. ч. | Лекции, ак. ч. | Семинары, практ., ак. ч. |  |
| 1 | Основы теории Морса | 9 | 9 | 4 | 2 | 3 |
| 2 | Приложения теории Морса | 10 | 9 | 4 | 2 | 3 |
| 3 | Приложения к пространству путей на римановых многообразиях | 12 | 6 | 6 | 3 | 3 |
| 4 | Приложения к группам Ли и симметрическим пространствам | 14 | 6 | 6 | 3 | 5 |
| 5 | Виттеновские деформации и неравенства Морса | 10 | 6 | 4 | 2 | 4 |
| 6 | Индекс Конли | 9 | 6 | 4 | 2 | 3 |
| 7 | Комплексный аналог: немного о теореме Пикара-Лефшеца | 6 | 3 | 2 | 1 | 3 |
| 8 | Промежуточная аттестация (экзамен) | 2 |  |  |  | 2 |
| 9 | **Итого, ак. ч.** | **72** | **45** | **30** | **15** | **27** |
| 10 | **Итого, з. е.** | **2** |  |  |  |  |

# Ресурсное обеспечение

## Список основной литературы

1. **Теория** **Морса**. Дж. Милнор ; пер. с англ. и предисл. В. И. Арнольда ; с прил. Д. В. Аносова. - М. : URSS : Изд-во ЛКИ, 2011. - 184 с.
2. **Статифицированная** **теория** **Морса**. Пер.с англ.В.Л.Кобельского под ред.О.Я.Виро. - М. : Мир, 1991. - 349с.

## Список дополнительной литературы (при наличии)

## Список программного обеспечения

Не требуется.

## Список баз данных и информационных справочных систем

Не требуется.

## Список ресурсов сети «Интернет»

1. [www.mathnet.ru,](http://www.mathnet.ru/) <https://library.mccme.ru>

## Материально-техническое обеспечение

Аудитория с мультимедийным проектором.

# Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС), оценочные и методические материалы) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю).

## Текущий контроль успеваемости

Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости, критерии и шкалы оценивания.

Примеры задач для самостоятельного решения.

1. Докажите, что всякая гладкая функция на n-сфере имеет чётное число невырожденных критических точек.
2. На любом ли компактном многообразии существует совершенная функция Морса?

## Промежуточная аттестация

Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине (модулю), критерии и шкалы оценивания.

1. Пусть дано компактное многообразие, на котором существует функция Морса ровно с двумя критическими точками. Докажите, что тогда оно гомеоморфно сфере.
2. Исследуйте топологию CP2, используя подходящую функцию Морса-Ботта.